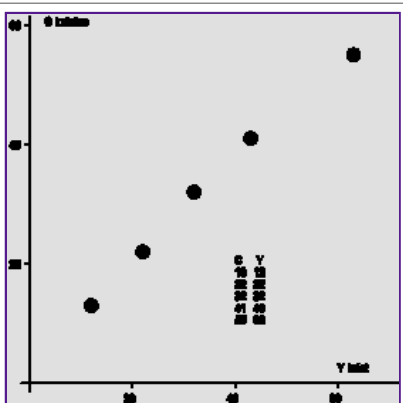


PNS-regressiomenetelmä

- 0 Havainnot, hajontakuvio ja PNS periaate
- 1 Mikä neliösumma
 - T1 Kulutus, tulot ja poikkeamien neliöt
 - K1 Harhaiset kulutusfunktiot
- 2 Miten löydetään pienin neliösumma
- 3 PNS laskelmat
 - T2 PNS laskelmat
 - K2 Harhaton PNS kulutusfunktio
- PNS menetelmän itseopiskelu

0 Havainnot hajontakuvio ja PNS periaate

Kulutus C	Tulot Y
13	12
22	22
32	32
41	43
55	63



Hajontakuvio (Scatter diagram)

Kun kahden muuttujan, kulutus C ja tulot Y, välistä riippuvuutta koskevaan havaintoaineistoon sijoitetaan PNS menetelmällä suora

$$C = a + b Y$$

on a ja b määrättävä siten, että niitä käyttäen laskettujen C-arvojen ja havaittujen C-arvojen erotusten neliöiden summa on pienin mahdollinen.

1 Mikä neliösumma?

Olemme etsimässä sopivia a ja b arvoja.

Kokeilemme arvoja a = 8.52 ja b = 0.7.

Kulutusfunktio on silloin

$$C1 = 8.52 + 0.7 Y$$

Sijoitamme tähän taulukon Y-havainnot 12,22,32,43 ja 63.

- Saamme lasketut **C1**- arvot taulukkoon T1.
- Laskemme poikkeamat **E1** = C - **C1**.
- Toteamme, että poikkeamien summa on 0.
- Laskemme taulukkoon poikkeamien neliöt **E1²** .

Niiden summa on **31.5**. Tämä on tarkoitettu neliösumma.

- Neliösumman suuruus riippuu siitä **mitkä arvot a ja b saavat**.
- Tämä nähdään, jos muutetaan hieman **a:n** ja **b:n** arvoja.

Sarakkeeseen **C2** on laskettu arvoja olettaen, että parametrien arvot ovat **a = 1.64** ja **b = .9**. Näiden mukaan kulutusfunktio on asennossa

$$C2 = 1.64 + .9 Y$$

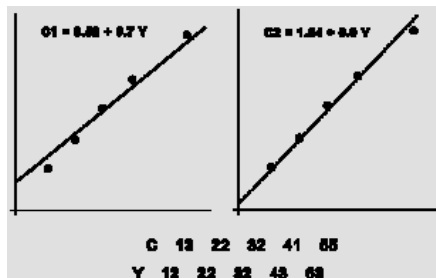
T1 Kulutus, tulot ja poikkeamien neliöt

C	Y	C1	E1	E1 ²	C2	E2	E2 ²
13	12	16.9	-3.9	15.4	12.4	0.6	0.3
22	22	23.9	-1.9	3.7	21.4	0.6	0.3
32	32	30.9	1.1	1.2	30.4	1.6	2.4
41	43	38.6	2.4	5.7	40.3	0.7	0.4
55	63	52.6	2.4	5.7	58.3	-3.3	11.2
Summa			0.0	31.5		0.0	14.7

Lasketaan

- poikkeamat $E2$ ja
- poikkeamien neliöt $E2^2$.
- Poikkeamien summa on taaskin nollan tienoilla ja
- neliösumma **14.7**.
 - Se on pienempi kuin $C1$ tapauksessa.
 - Mutta onko se pienin mahdollinen?

K1 Harhaiset kulutusfunktiot C1 ja C2



2 Miten löydetään pienin neliösumma?

- [Totea ...](#)
- [Johda ...](#)
- [Aseta ... osittaisderivaatat nolliksi](#)
- [Saat ...](#)
- [Voit johtaa ...](#)

Totea ...

$$C = C^* + e \quad \text{Havaittu kulutus } C$$

$$= a + b Y + e \quad = \text{laskettu kulutus } a + b Y + \text{poikkeama } e.$$

$$e = C - C^* \quad \text{Poikkeama } e = \text{havaitun } C \text{ ja lasketun } a + b Y$$

$$= C - a - b Y \quad \text{erotus.}$$

Johda ...

$$e^2 = (C - a - b Y)^2$$

Erään poikkeaman neliö.

$$e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2$$

$$= (C_1 - a - b Y_1)^2 + (C_2 - a - b Y_2)^2 + \dots + (C_n - a - b Y_n)^2$$

Neliöiden summa ...

$$\sum e^2 = \sum (C - a - b Y)^2$$

$$= f(a, b)$$

... joka riippuu siitä, mitkä arvot a ja b saavat.

Aseta ... osittaisderivaatat nolliksi

$$\frac{\partial \sum e^2}{\partial a} = -2 \sum (C - a - b Y) = 0 \quad \text{... a:n suhteen ja}$$

$$\frac{\partial \sum e^2}{\partial b} = -2 \sum Y(C - a - b Y) = 0 \quad \text{b:n suhteen.}$$

Saat ...

$$\sum C = n a + b \sum Y \quad \text{PNS normaaliyhtälöt,}$$

$$\sum C Y = a \sum Y + b \sum Y Y \quad \text{joista ...}$$

Voit johtaa ...

$$b = \frac{\sum C \sum Y - n \sum C Y}{\sum Y \sum Y - n \sum Y Y} \quad \text{... kaavat b:lle ja}$$

$$a = \sum C / n - b \sum Y / n \quad \text{b:n avulla a:lle.}$$

3 PNS laskelmat

$$b = \frac{163 \bullet 172 - 5 \bullet 6892}{172 \bullet 172 - 5 \bullet 7470} = 0.83$$

$$a = 163 / 5 - 0.83 \bullet 172 / 5 = 4.1$$

T2 PNS laskelmat

C	Y	YY	CY	C*	e	e ²
13	12	144	156	14.1	-1.1	1.21
22	22	484	484	22.3	-.3	.09
32	32	1024	1024	30.6	+1.4	1.96
41	43	1849	1763	39.7	+1.3	1.69
55	63	3969	3465	56.3	-1.3	1.69
Σ 163	172	7470	6892		.0	6.64

K2 Harhaton PNS kulutusfunktio

PNS regressiomenetelmän itseopiskelu

Tässä voit kopioida itsellesi [OPIREGZZ.EXE](#) ohjelmapaketin, jonka avulla voit opiskella regressioanalyysia PNS menetelmällä.

OPIREGZZ pakettiin sisältyvät ohjelmat kannattaa käydä läpi alla olevassa järjestyksessä.

- REGTRY PNS-suoran sijoittamispeli
- REGOPE PNS-menetelmän opiskelu, grafiikka
- REGRPICK Havaintojen lukumäärän vaikutus
- AUTOT Regressio ja joustot
- REGRE2 Matriisit, grafiikka

Asko Korpela 19990310 (19990126) o korpela@hkkk.fi o [AJK kotisivu](#)

